logos_i_ethos_2013_1_(34), s. 31–43

Jerzy Dadaczyński

# Pojęcie boskiej wiecznej teraźniejszości w kontekście matematycznej analizy niestandardowej

**ks. Jerzy Dadaczyński** – doktor habilitowany nauk humanistycznych w zakresie filozofii, kierownik katedry Filozofii Logiki UPJPII w Krakowie. Specjalizuje się w historii filozofii matematyki. Autor książek (m.in.): *Filozofia matematyki w ujęciu historycznym*, Kraków 2000; *Bernard Bolzano i idea logicyzmu*, Kraków 2006.

W artykule *Kłopoty z pojęciem wiecznej teraźniejszości* przedstawiono analizę tytułowego pojęcia na gruncie filozofii św. Tomasza z Akwinu i R. Ingardena, filozofii analitycznej i filozofii procesu. Generalny wniosek, jaki formułuje autor, zawarty jest w stwierdzeniu, że pojęcie wiecznej teraźniejszości (Boga) jest jedynie pojęciem metaforycznym[1].

Wspomniany artykuł zwrócił piszącemu te słowa po raz pierwszy uwagę na problem wiecznej teraźniejszości (Boga). Po jakimś czasie doszedł on do wniosku, że pojęcie to niekoniecznie musi być pojęciem (wyłącznie) metaforycznym. Wystarczy, by przedstawić je i przeanalizować przy pomocy narzędzi matematycznej analizy niestandardowej. To stanowi cel realizowany w niniejszym tekście.

Z góry należy zaznaczyć, że nie jest celem niniejszej pracy rozstrzyganie prawdziwości czy fałszywości zdań zawierających termin „wieczna teraźniejszość (Boga)". Chodzi o pokazanie, że z punktu widzenia filozofii analitycznej, po zastosowaniu proponowanego tu zabiegu interpretacyjnego, zdania te stają się sensowne.

[1] Por. M. Piwowarczyk, *Kłopoty z pojęciem wiecznej teraźniejszości*, „Roczniki Filozoficzne", 2012, t. 60, z. 4 (w druku). Odniesienia będą uwzględniały paginację maszynopisu artykułu. Piszący te słowa miał możliwość zapoznania się z maszynopisem tekstu Pana dr. Marka Piwowarczyka we wrześniu 2012 roku. Ten tekst po raz pierwszy zwrócił mu uwagę na problematykę boskiej wiecznej teraźniejszości. Mniej więcej miesiąc po lekturze pojawił się pomysł zastosowania narzędzi analizy niestandardowej do tej problematyki. W mejlu z 14 listopada 2012 roku wyrażona została zgoda Redakcji i Autora na odwołanie się w niniejszym opracowaniu do maszynopisu tekstu Pana dr. Marka Piwowarczyka.

Autor artykułu *Kłopoty z pojęciem wiecznej teraźniejszości* stwierdza, iż w pewnych koncepcjach filozoficznych przypisuje się Bogu trwanie w (jednej) chwili rozciągniętej w wieczność (wiecznej teraźniejszości). Pozwala to uniknąć dwóch skrajności dotyczących istnienia Boga: zupełnej bezczasowości oraz pełnej czasowości[2].

M. Piwowarczyk relacjonuje, iż w ramach nurtu filozofii analitycznej takie rozwiązanie preferują E. Stump i N. Kretzmann w artykule *Eternity*. Filozofowie ci decydują się na nie w wyniku dyskusji kwestii pogodzenia atemporalności Boga z Jego działaniem w świecie. Tu szczególnie dyskutują problem postawiony przez A. Kenny'ego: skoro wszystkie zdarzenia w świecie mają być równoczesne z boską teraźniejszością, to na mocy przechodniości relacji równoczesności są one (zdarzenia w świecie) równoczesne ze sobą[3].

M. Piwowarczyk szkicuje próby rozwiązania problemu przedstawione przez E. Stump i N. Kretzmanna. Stwierdza jednak, że – ze względu na podjęty przez niego temat – głównie interesuje go pojęcie boskiej wiecznej teraźniejszości w tekście *Eternity*. Pisze on, iż E. Stump i N. Kretzmann „mocno podkreślają, że Bóg jest bytem żyjącym. Pragną więc zachować dla Niego jakiś rodzaj literalnie rozumianego dynamizmu, stąd twierdzą, że Jego teraźniejszość ma jakiś minimalny temporalny sens. Wykluczone jest przy tym dla nich następstwo w czasie: życie Boga nie może mieć faz. Nie można mówić, że Bóg żył i że żył będzie. Można tylko stwierdzić, że żyje. Aby jednak zachować minimalną temporalność boskiej teraźniejszości, autorzy uznają, że Bóg *trwa* w wieczności. Trzeba więc konsekwentnie uznać, że wieczność Boga jest pewną formą czasu, ale taką, która składa się wyłącznie z jednej nieskończenie rozciągniętej chwili teraźniejszej: «wieczna, pozbawiona przeszłości i przyszłości teraźniejszość nie jest momentalna, ale rozciągła, ponieważ wieczność zakłada trwanie»[4]. Jest to swego rodzaju

[2] Por. tamże, s. 1 (maszynopis).

[3] Por. M. Piwowarczyk, *Kłopoty z pojęciem wiecznej teraźniejszości*, s. 4 (maszynopis). M. Piwowarczyk odwołuje się tutaj do E. Stump, N. Kretzmann, *Eternity*, „Journal of Philosophy", R. 78, 1981, s. 429–458 oraz A. Kenny, *The God of the Philosophers*, Oxford 1979, s. 38–39.

[4] Tutaj M. Piwowarczyk odwołuje się do E. Stump, N. Kretzmann, *Eternity*, art. cyt., s. 435.

rozciągłość, która nie posiada już struktury czasowej – nie składa się z momentów przeszłych i przyszłych”[5].

Następnie autor szkicuje najbardziej zasadną – jego zdaniem – krytykę tak rozumianego pojęcia boskiej wiecznej teraźniejszości w ramach filozofii analitycznej[6].

Podobna jest struktura pozostałych odcinków artykułu, w których autor dokonuje analizy pojęcia boskiej wiecznej teraźniejszości na gruncie filozofii św. Tomasza, R. Ingardena i filozofii procesu – negatywne wyniki tych badań zebrane są w stwierdzeniu, że pojęcie to jest jedynie pojęciem metaforycznym.

Uzasadnienie tezy niniejszego artykułu, że, przynajmniej na gruncie filozofii analitycznej, pojęcie boskiej wiecznej teraźniejszości nie musi być pojęciem metaforycznym, poprzedzone zostanie prezentacją elementów analizy niestandardowej C. Schmiedena i D. Laugwitza, która posłuży dalej do wyrażenia sensu badanego pojęcia. Została ona zbudowana w latach pięćdziesiątych XX wieku, jeszcze przed analizą niestandardową A. Robinsona[7].

[5] M. Piwowarczyk, *Kłopoty z pojęciem wiecznej teraźniejszości*, s. 5 (maszynopis).

[6] „Skupię się natomiast na najbardziej narzucającym się tu problemie: jeśli wieczna teraźniejszość jest rozciągła, to jest przynajmniej potencjalnie podzielna na mniejsze fragmenty. Jeśli ma to być ciągle rozciągłość zapewniająca minimalny temporalny sens boskiej teraźniejszości, to nie mamy wyjścia: wyróżnione potencjalne części muszą być uporządkowane według relacji czasowego następstwa. Tak więc albo musimy zrezygnować z rozciągłego charakteru boskiego «teraz» albo z czasowego uporządkowania potencjalnych części tej rozciągłości. W obu przypadkach utracilibyśmy minimalny temporalny sens boskiej teraźniejszości, bo albo trzeba byłoby przyznać, że jest to rozciągłość jakiegoś specjalnego rodzaju i wtedy wykluczamy jej czasowość, albo że w ogóle nie jest to rozciągłość, a wtedy nie możemy literalnie zrozumieć trwania jako posiadania pewnej czasowej rozpiętości” (M. Piwowarczyk, *Kłopoty z pojęciem wiecznej teraźniejszości*, s. 6 [maszynopis]).

[7] Istotnym motywem budowania analizy niestandardowej w XX wieku było ścisłe ujęcie rachunku wielkości aktualnie nieskończenie małych. Idea tego rachunku była w istocie zawarta w podstawach rachunku różniczkowego i całkowego stworzonych przez Leibniza i Newtona na przełomie XVII i XVIII wieku. Jednak, aczkolwiek rachunek różniczkowy i całkowy święcił już w XVIII wieku tryumfy w zastosowaniach fizycznych, to jego podstawy zawierały sprzeczności. Analiza matematyczna została z nich uwolniona dzięki reformie Bolzana, Cauchy’ego i Weierstrassa w pierwszej połowie wieku XIX. Reforma polegała na usunięciu wielkości aktualnie nieskończenie małych z podstaw analizy. Twórcy analizy niestandardowej w XX wieku wrócili do starej idei Leibniza i Newtona oparcia analizy na wielkościach aktualnie nieskończenie małych.

## Analiza niestandardowa Schmiedena-Laugwitza

C. Schmieden i D. Laugwitz zaczęli rozszerzenie analizy matematycznej stwierdzeniem, iż pojęcie liczby rzeczywistej wypracowane przez Cantora i Dedekinda i – konsekwentnie – analiza klasyczna są ufundowane na założeniu Cantora, że dwom ciągom liczb wymiernych, które spełniają warunek Bolzana-Cauchy'ego przyporządkowuje się tę samą granicę, jeśli od pewnego miejsca (indeksu) odpowiednie wyrazy ciągów różnią się co do wartości bezwzględnej o mniej niż $\varepsilon$ ($\varepsilon$ jest dowolną dodatnią liczbą wymierną). Słusznie mówi się tutaj o cantorowsko-dedekindowskim pojęciu liczby rzeczywistej, gdyż rozwiązanie Dedekinda jest równoważne: dowolny przekrój w dziedzinie liczb wymiernych wyznacza dokładnie jedną liczbę rzeczywistą[8].

C. Schmieden i D. Laugwitz stwierdzili, że te równoważne podejścia fundujące analizę klasyczną zawierają moment dowolności. Stwierdzili, że ich celem jest skonstruowanie analizy niededekindowskiej, a więc takiej, gdzie nie obowiązuje założenie Dedekinda, iż każdy przekrój w dziedzinie liczb wymiernych „generuje" dokładnie jedną liczbę rzeczywistą. Wtedy nie obowiązuje też wspomniane założenie poczynione przez Cantora. W konsekwencji dwa ciągi liczb wymiernych posiadające w analizie klasycznej tę samą granicę, mogą mieć dwie różniące się granice[9].

C. Schmieden i D. Laugwitz przyjęli założenie najbardziej radykalne: dwom ciągom liczb wymiernych różnym dla przynajmniej jednego indeksu przyporządkowane są dwie różne granice[10]. To założenie uzupełnili kolejnym skrajnie radykalnym założeniem, mówiącym, iż każdemu nieskończonemu ciągowi liczb wymiernych przypisana jest granica[11].

[8] Por. C. Schmieden, D. Laugwitz, *Eine Erweiterung der Infinitesimalrechnung*, „Mathematische Zeitschrift", R. 69, 1958, s. 1–2 (1–38).

[9] Por. tamże.

[10] Potem – co będzie jeszcze podkreślone – C. Schmieden i D. Laugwitz wprowadzili mniej radykalną relację równości między ciągami (od pewnego indeksu…).

[11] Por. C. Schmieden, D. Laugwitz, *Eine Erweiterung der Infinitesimalrechnung*, art. cyt., s. 1–2.

C. Schmieden i D. Laugwitz badali ciągi liczb wymiernych $\{a_m\}$, gdzie $m = 1, 2, 3\ldots$ Przyjęli, że ciąg (każdy) $\{a_m\}$ ma Limes – granicę $-a_\Omega$ i nazwali $a_\Omega$ „$\Omega$-wymierną liczbą", ewentualnie krócej „$\Omega$-liczbą". Ciąg $\{a_m\}$ to ciąg definiujący albo ciąg komponentów $a_\Omega$, poszczególne wyrazy ciągu definiującego to komponenty $a_\Omega$. Następnie C. Schmieden i D. Laugwitz przyjęli definicje równości i działań na $\Omega$-liczbach:

$a_\Omega = b_\Omega$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego naturalnego $m$ $a_m = b_m$;

$a_\Omega + b_\Omega = c_\Omega$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego naturalnego $m$ $a_m + b_m = c_m$ – analogicznie określono odejmowanie, mnożenie i dzielenie w dziedzinie $\Omega$-liczb[12].

Następnie niemieccy matematycy wprowadzili kolejne definicje:

$\Omega$-liczba $a_\Omega$ jest słabo dodatnia – $a_\Omega >_\star 0$[13] – wtedy i tylko wtedy, gdy w końcu wszystkie komponenty (co należy czytać: istnieje taka liczba naturalna $N$, zależna od liczby $a_\Omega$, taka, że dla wszystkich komponentów liczby $a_\Omega$ z indeksami $m > N$) są dodatnie. To, że dana relacja jest słabą relacją, oznaczane jest zawsze „$\star$" przy jej symbolu);

$a_\Omega =_\star b_\Omega$ – $a_\Omega$ jest słabo równe $b_\Omega$ – wtedy i tylko wtedy, gdy w końcu wszystkie komponenty są równe;

$a_\Omega >_\star b_\Omega$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a_\Omega - b_\Omega >_\star 0$ (można też wtedy pisać: $b_\Omega <_\star a_\Omega$);

$a_\Omega \geq_\star b_\Omega$ wtedy i tylko wtedy, gdy w końcu dla wszystkich komponentów zachodzi $a_m$ jest równe lub większe od $b_m$.

[12] Por. tamże, s. 4.

[13] To, że dana relacja jest relacją słabą, oznaczane jest zawsze znakiem „$\star$" przy symbolu. Z relacją mocną $a_W > 0$ ma się do czynienia wtedy, gdy wszystkie komponenty $a_W$ są dodatnie.

$\Omega$-liczbie $a_\Omega$ można przyporządkować $\Omega$-liczbę $|a_\Omega|$, której komponenty mają ogólną postać $|a_m|$.

Jeśli dla $\Omega$-liczby $a_\Omega$ zachodzi $|a_\Omega| >_* 0$, to mówi się, że $\Omega$-liczba $a_\Omega$ jest słabo oddalona od 0. Symbolicznie zapisuje się ten fakt $a_\Omega \#_* 0$.

Dwie $\Omega$-liczby są słabo oddalone od siebie – symbolicznie: $a_\Omega \#_* b_\Omega$ – kiedy ich różnica jest słabo oddalona od 0[14].

Istotne jest, że dla $\Omega$-liczby $a_\Omega$ wyznaczonej przez ciąg o wyrazie $\{1/m\}$ zachodzi następująca własność: dla każdego naturalnego $N$ $|a_\Omega| <_* 1/N$. A więc dla każdego naturalnego $N$ zachodzi:

$$N|a_\Omega| <_* 1.$$

To zaś oznacza, że w dziedzinie $\Omega$-liczb nie jest spełniony aksjomat Eudoksosa-Archimedesa, a zdefiniowana przez ciąg o wyrazie ogólnym 1/m $\Omega$-liczba $a_\Omega$ jest liczbą nieskończenie małą (względem liczb wymiernych, do których należy 1)[15].

C. Schmieden i D. Laugwitz zdefiniowali następnie relacje porządku wielkości (*Größenornungsbeziehungen*), które poddziedzinom $\Omega$-liczb, w których spełniony jest aksjomat Eudoksosa-Archimedesa, przyporządkowują kolejne obszary, relatywnie – względem wymienionych – nieskończenie wielkich oraz nieskończenie małych.

I tak, niech dane będą $\Omega$-liczby $a_\Omega \geq_* 0$ i $b_\Omega \geq_* 0$. Wtedy $a_\Omega$ nazywa się relatywnie nieskończenie wielką względem $b_\Omega$ – symbolicznie: $a_\Omega >> b_\Omega$, gdy dla dowolnej liczby naturalnej $N$ zachodzi $a_\Omega \geq_* Nb_\Omega$. Wtedy też $b_\Omega$ nazywa się relatywnie nieskończenie małą względem $a_\Omega$ – symbolicznie $b_\Omega << a_\Omega$.

14 Por. C. Schmieden, D. Laugwitz, *Eine Erweiterung der Infinitesimalrechnung*, art. cyt., s. 6–7.

15 Ciągi liczb wymiernych zbieżne w tradycyjnej analizie do 0 wyznaczają – jak łatwo można to stwierdzić – nieskończenie małe $W$-liczby (C. Schmieden i D. Laugwitz nie określili *explicite* statusu $W$-liczby wyznaczanej przez ciągi, które od pewnego indeksu mają wszystkie wyrazy równe 0 – tzn. nie rozstrzygnęli, czy taka $W$-liczba też jest nieskończenie małą).

Jeśli $a_\Omega$ i $b_\Omega$ są dwiema (niekoniecznie słabo dodatnimi) $\Omega$-liczbami takimi, że $a_\Omega \#_\star 0$ i $b_\Omega \#_\star 0$, to $a_\Omega$ i $b_\Omega$ posiadają ten sam porządek wielkości (*Größenornung*) – symbolicznie $a_\Omega \sim b_\Omega$ – kiedy iloraz $a_m/b_m$ leży w końcu pomiędzy stałymi dodatnimi wymiernymi liczbami. Relacja oznaczona „~" jest, co łatwo stwierdzić, relacją równoważnościową. Wyznaczone przez nią w dziedzinie $\Omega$-liczb klasy abstrakcji to porządki wielkości (*Größenornung*).

Mówi się, że dwie $\Omega$-liczby posiadają tę samą wielkość ($a_\Omega \approx b_\Omega$) wtedy i tylko wtedy, gdy $| a_\Omega - b_\Omega | << | a_\Omega |$ [16].

Te narzędzia pozwoliły skonstruować C. Schmiedenowi i D. Laugwitzowi w dziedzinie $\Omega$-liczb liczby rzeczywiste.

Przede wszystkim wśród klas porządków wyróżnili tę, do której należą liczby wymierne. C. Schmieden i D. Laugwitz nazwali $\Omega$-liczby tej klasy liczbami skończonymi. Z klasy skończonych $\Omega$-liczb „wysegregowali" następnie liczby „porównywalne" z liczbami wymiernymi. Nazwali je rzeczywistymi $\Omega$-wymiernymi liczbami. Skończona $\Omega$-liczba $r_\Omega$ jest rzeczywistą $\Omega$-wymierną liczbą wtedy i tylko wtedy, gdy:

1. Istnieją dwie liczby wymierne $\rho_1$ i $\rho_2$ takie, że $\rho_1 <_\star r_\Omega <_\star \rho_2$;
2. Gdy $r'$ jest dowolną liczba wymierną, to zachodzi przynajmniej jedna z relacji: $r' >_\star r_\Omega$ lub $| r' - r_\Omega | << 1$ lub $r' <_\star r_\Omega$ [17].

To pozwoliło niemieckim matematykom zdefiniować rzeczywistą klasę liczbową (inaczej nazywaną „dedekindowską" rzeczywistą klasą liczbową) jako klasę rzeczywistych $\Omega$-wymiernych liczb, których różnice są nieskończenie małymi (względem liczb wymiernych) $\Omega$-liczbami. C. Schmieden i D. Laugwitz udowodnili, że dziedzina – tak zdefiniowanych – rzeczywistych klas liczbowych („dedekindowskich"

[16] Por. C. Schmieden, D. Laugwitz, *Eine Erweiterung der Infinitesimalrechnung*, art. cyt., s. 7–8.

[17] Widać tu bardzo wyraźnie, że powyższe dwa warunki „wysegregowały" z dziedziny skończonych $W$-liczb te i tylko te liczby, których definiujące ciągi liczb wymiernych spełniają warunek Bolzana-Cauchy'ego.

rzeczywistych klas liczbowych) jest izomorficzna z dziedziną liczb rzeczywistych tradycyjnej analizy[18].

**Zastosowanie elementów analizy niestandardowej do analizy pojęcia boskiej wiecznej teraźniejszości**

Wskazano wyżej, że dla $\Omega$-liczby $a_\Omega$ wyznaczonej przez ciąg o wyrazie $\{1/m\}$ zachodzi następująca własność: dla każdego naturalnego $N$ zachodzi:

$$N|\,a_\Omega\,| <_* 1.$$

$\Omega$-liczba $a_\Omega$ jest liczbą nieskończenie małą (względem liczb wymiernych, do których należy 1)[19], czyli $a_\Omega << 1$.

Niech teraz $inf_1(0)$ – nazywane otoczeniem infinitezymalnym 0 – będzie zbiorem tych $\Omega$-liczb $x_\Omega$, które posiadają ten sam porządek wielkości (*Größenornung*), co $a_\Omega$ (symbolicznie: $a_\Omega \sim x_\Omega$) oraz tych $\Omega$-liczb $x_\Omega$, których definiujące ciągi mają w końcu wszystkie wyrazy równe 0.

Zatem:

$$inf_1(0) = \{x_{\Omega\,;}\, x_\Omega \in \Omega\text{-liczb} \wedge ((x_\Omega \sim a_{\Omega)} \vee (x_\Omega =_* 0))^{20}.$$

[18] Por. C. Schmieden, D. Laugwitz, *Eine Erweiterung der Infinitesimalrechnung*, art. cyt., s. 10. C. Schmieden i D. Laugwitz wskazali niearchimedesową dziedzinę $W$-liczb, po to, by na niej nabudować nową analizę matematyczną. Konstrukcja w dziedzinie $W$-liczb liczb rzeczywistych (klasycznych) miała na celu jedynie porównanie klasycznej i nowej analizy (por. tamże, s. 11). Niemieccy matematycy, wychodząc z dziedziny $W$-liczb, skonstruowali pojęcia funkcji, różniczki i całki, sformułowali również i udowodnili szereg ważnych twierdzeń nowej analizy (por. tamże, s. 19–30). Wskazali, że zbudowana przez nich analiza ufundowana jest rozszerzeniem klasycznej analizy matematycznej (por. tamże, s. 30–39). Później, w roku 1983 D. Laugwitz udowodnił, że dziedzina $W$-liczb jest jednym z niestandardowych (niearchimedesowych) modeli arytmetyki liczb rzeczywistych, do których odwołał się A. Robinson, budując swoją analizę niestandardową (por. D. Laugwitz, *Nichtstandard-Mathematik begründet durch eine Verallgemeinerung der Körpererweitung*, „Expositiones Mathematicae", R. 4, 1983, s. 307–308, s. 329–331 (307–333); tenże, *Infinitesimalkalkül. Eine elementare Einführung in die Nichtstandard-Analysis*, Mannheim 1978; tenże, *Zahlen und Kontinuum. Einführung in die Infinitesimalmathematik*, Mannheim 1986, s. 216–220).

[19] $a_W$ będzie w dalszym tekście oznaczało $W$–liczbę wyznaczoną przez ciąg o wyrazie ogólnym $\{1/m\}$.

[20] Trzeba zaznaczyć, że do $inf_1(0)$ należą tylko te liczby nieskończenie małe (względem liczb wymiernych), które posiadają ten sam porządek wielkości, co zdefiniowana wyżej liczba nie-

Łatwo zauważyć, że do $inf_1(0)$ należą wszystkie $\Omega$-liczby będące iloczynem $a_\Omega\, r$, gdzie $r$ jest dowolną liczbą rzeczywistą (dla danego $r$ bierze się tutaj i w następujących dalej rozważaniach jeden ciąg liczb wymiernych wyznaczający $r$. Ten ciąg jest oczywiście $\Omega$-liczbą, mnożenie w dziedzinie $\Omega$-liczb jest określone).

Niech również dalej $r$ oznacza dowolną liczbę rzeczywistą. Definiuje się

$$inf_1(r) = \{\, y_\Omega \,;\, (y_\Omega = x_\Omega + r) \wedge (x_\Omega \in inf_1(0))\}$$[21],

które nazywa się otoczeniem infinitezymalnym liczby rzeczywistej $r$.

Następnie określa się następującą funkcję $f$ odwzorowującą $R$ w $R$:

$r_j = f(r_i)$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje $x_\Omega \in inf_1(r_j)$ takie, że $a_\Omega\, r_i = x_\Omega$.

Z kolei wprowadza się relację $REL_f$ określoną w dziedzinie liczb rzeczywistych jak następuje:

$$REL_f\,(r_j, r_i) \equiv (r_j = f(r_i) \vee r_i = f(r_j) \vee r_j = r_i).$$

Relacja ta jest, na mocy definicji, symetryczna. Nie jest ona jednak relacją przechodnią[22].

Łatwo zauważyć, że funkcja $f$ odwzorowuje zbiór wszystkich liczb rzeczywistych na jednoelementowy zbiór {0} „poprzez" elementy ze zbioru $inf_1(0)$. Niech „spokrewniona" z funkcją $f$ funkcja $g$ będzie określona następująco:

$g$ odwzorowuje $R$ w $inf_1(0)$; $g(r) = a_\Omega\, r$

skończenie mała $a_W$. Można oczywiście zdefiniować liczby nieskończenie małe „wyższych rzędów", czyli takie $b_W$, że $b_W >> a_W$.

[21] Dodawanie w dziedzinie $W$-liczb jest określone.

[22] Niech $r_i$, $r_j \neq 0$ i $r_i \neq r_j$. Zachodzi oczywiście $REL_f\,(r_j,0)$ oraz $REL_f\,(0,r_i)$, natomiast nie zachodzi, w myśl definicji relacji $REL_f$ i funkcji $f$, $REL_f\,(r_j,r_i)$.

W istocie „spokrewnienie" funkcji *f* z funkcją *g* polega na tym, że *f* jest złożeniem funkcji *g* i funkcji przyporządkowującej elementom z $inf_1(0)$ 0.

Warto zwrócić uwagę na pewne własności funkcji *g*. Otóż zgodnie z całą konstrukcją $\Omega$-liczb, jest ona funkcją różnowartościową i zachowuje ona naturalny porządek (naturalny porządek dziedziny liczb rzeczywistych wyraża relacja mniejszości, natomiast naturalny porządek w dziedzinie $\Omega$-liczb (a takie są elementami $inf_1(0)$) wyraża wprowadzona wcześniej relacja słabej mniejszości ($<_*$)).

Wypada teraz zastosować przedstawione narzędzia matematyczne do kwestii boskiej wiecznej teraźniejszości. W dziedzinie $\Omega$-liczb daje się – jak pokazano – skonstruować dziedzinę „dedekindowskich" rzeczywistych klas liczbowych, która jest izomorficzna z dziedziną „klasycznych" liczb rzeczywistych. Niech będzie tak, że struktura dziedziny liczb rzeczywistych jednojednoznacznie odpowiada strukturze czasu świata stworzonego rozumianego jako zbiór „niepodzielnych" chwil (momentów). To oznacza między innymi, że każda liczba rzeczywista reprezentuje jedną „niepodzielną" chwilę (moment) czasu świata stworzonego oraz, że relacja mniejszości „naturalnie" porządkująca dziedzinę liczb rzeczywistych odpowiada relacji „wcześniejszy niż" w czasie świata zewnętrznego. Przyjmuje się, że

[ONTCZ] taka jest (ontologicznie) struktura czasu świata stworzonego

oraz

[EPISTCZ] tak postrzegana jest (epistemologicznie) struktura czasu przez byty należące do świata stworzonego.

Warto zauważyć, że dla każdego $z \in R$ zachodzi:

$$\{x: x \in R\} = \{x - z: x \in R\},$$

co oznacza, na podstawie powyższych ustaleń, że dowolny moment czasu świata stworzonego można wybrać jako „zerowy".

Niech będzie dany moment czasu świata stworzonego, nieznany jako taki (jako właśnie dany) przez byty należące do świata stworzonego. Zgodnie z tym, co powiedziano wyżej, można temu momentowi przypisać liczbę rzeczywistą 0 (i odpowiednim chwilom wcześniejszym i późniejszym odpowiednie liczby rzeczywiste ujemne i dodatnie).

Teraz liczbę 0 można „wyciągnąć” z naturalnie uporządkowanej dziedziny liczb rzeczywistych. W dziedzinie liczb rzeczywistych powstaje w ten sposób luka. Jak powiedziano wyżej, założeniem analizy klasycznej (dedekindowsko-cantorowskiej) jest to, że lukę można „wypełnić” dokładnie jednym – precyzyjnie określonym – elementem. Natomiast analiza niestandardowa, np. zaprezentowana wyżej analiza Laugwitza i Schmiedena, wypełnia tę lukę nieskończenie wieloma elementami.

Na potrzeby niniejszych rozważań wystarczy przyjąć, że luka ta wypełniana jest przez wszystkie elementy należące do otoczenia infinitezymalnego 0, czyli zdefiniowanego wyżej $inf_1(0)$.

Otoczenie infinitezymalne 0 może być potraktowane jako „kandydat” na poszukiwaną boską wieczną teraźniejszość. Przy czym:

- zgodnie z [ONTCZ] **elementy $inf_1(0)$ nie należą do struktury czasu świata stworzonego**[23],
- zaś zgodnie z [EPISTCZ] **byty należące do świata stworzonego nie postrzegają elementów $inf_1(0)$**[24].

Niech $inf_1(0)$ będzie „czasem”, w którym bytuje Bóg. Z „punktu widzenia” struktury czasu świata stworzonego ten „czas” jest chwilą, „niepodzielnym” momentem. Jest tak dlatego, że $inf_1(0)$ w rozwiązaniach niestandardowych „wypełnia” lukę, którą w analizie klasycznej „wypełnia” dokładnie jeden element – liczba rzeczywista 0. Tak więc z „punktu widzenia” struktury czasu świata stworzonego Bóg jest atemporalny.

[23] Liczba rzeczywista 0 nie jest – ściśle rzecz biorąc – *W*-liczbą, lecz pewnym zbiorem *W*-liczb. Teoriomnogościowa relacja „należenia” nie jest relacją przechodnią, a zatem *W*-liczby z $inf_1(0)$ nie należą do dziedziny liczb rzeczywistych. Ściśle rzecz biorąc, *W*-liczba 0 to ciąg stały o wyrazie 0 (tu 0 jako liczba wymierna). W pewnych jednak rozważaniach, jeśli nie prowadzi to do nieporozumień, zamiast liczby rzeczywistej-klasy można brać reprezentanta tej klasy, czyli współbieżny ciąg liczb wymiernych.

[24] Tu także jest aktualna uwaga sformułowana w poprzednim przypisie.

Nie trzeba dodawać, że w związku z ustaleniem [EPISTCZ] byty należące do świata stworzonego postrzegają ten boski „czas" również jako „niepodzielny" moment (nie wiedząc zresztą, o jaką chwilę czasu świata stworzonego chodzi).

Z drugiej strony, „czas", w którym bytuje Bóg, czyli $inf_1(0)$, składa się z nieskończenie wielu elementów. Dokładnie, zbiór $inf_1(0)$ jest mocy *continuum*. Co więcej, zgodnie z określeniem wielkości nieskończenie małych, dowolny element $inf_1(0)$ może być powiększany dowolną ilość razy – iloczyn ten zawsze będzie należał do $inf_1(0)$[25]. W tym sensie o $inf_1(0)$ można mówić jako o nieskończoności (wieczności), a na pewno można mówić, że w ten sposób zapewniona jest „minimalna temporalność Boskiej teraźniejszości".

Trzeba w tym miejscu przypomnieć, że „klasyczne" pojęcie boskiej wiecznej teraźniejszości generuje antynomię: każde zdarzenie świata stworzonego jest równoczesne z boską teraźniejszością. Ponieważ relacja teraźniejszości jest przechodnia, wszystkie chwile czasu świata stworzonego są równoczesne.

Rozwiązaniem może być takie określenie relacji równoczesności, by nie była ona przechodnia, a jednocześnie zapewniała równoczesność boskiej teraźniejszości z każdą chwilą (momentem) czasu świata stworzonego.

Jak łatwo zauważyć, warunki takie spełnia zdefiniowana wyżej relacja $REL_f$. Można się umówić, że określa ona *f*-równoczesność.

Boska teraźniejszość, która z „punktu widzenia" świata stworzonego jest punktem czasowym, który w niniejszym tekście związano z liczbą rzeczywistą 0, jest oczywiście *f*-równoczesna z dowolnym momentem czasu świata stworzonego. Natomiast dwa dowolne różne punkty czasu światowego różne od chwili 0 nie są *f*-równoczesne ze sobą.

[25] Oczywiście, w dziedzinie *W*-liczb można wskazać obiekty większe, niż elementy należące do $inf_1(0)$, np. liczbę wymierną 1. To jednak nie może oddalać intuicji, że „czas" wyznaczany przez $inf_1(0)$ można pojmować jako wieczność. Czas „reprezentowany" przez dziedzinę liczb rzeczywistych też uważa się za wieczność, mimo iż w dziedzinie *W*-liczb można skonstruować obiekt większy od wszystkich liczb rzeczywistych – to np. *W*-liczba wyznaczona przez ciąg liczb wymiernych: 0,1,2,3… . Jest to w istocie pierwsza pozaskończona liczba porządkowa *w*.

Przy tej okazji warto zwrócić uwagę na wprowadzoną wcześniej funkcję *g*, definiującą w istocie funkcję *f*, która została z kolei użyta w definicji *f*-równoczesności. Zauważono, że funkcja *g* jest funkcją różnowartościową odwzorowującą *R* w otoczenie infinietyzemalne 0. Oznacza to w istocie, że boski „czas", postrzegany ze strony bytów świata stworzonego jako punkt czasowy (bez świadomości, że to jest „boski punkt czasowy"), jest niezwykle „bogaty" w elementy. Każda chwila czasu świata stworzonego posiada swój „własny" odpowiednik w boskiej wiecznej teraźniejszości wyznaczony przez funkcję *g*. Funkcja ta zachowuje też – jak zauważono wcześniej – „naturalny" porządek czasu przy „przekształceniu" czasu świata stworzonego w „czas" boski.

Wydaje się, że w ten sposób zrealizowany został istotny cel prowadzonych badań. Okazuje się bowiem, że pojęcie boskiej wiecznej teraźniejszości wcale nie musi być traktowane jako metafora. Wskazano na ścisłe, analityczne narzędzia, które klarownie pozwalają ująć i wyrazić możliwe znaczenie pojęcia boskiej wiecznej teraźniejszości i usuwają jednocześnie antynomie, które generowało to pojęcie.